



Il lavoro: energia in azione!

GUIDA ALL'USO DELLA DISPENSA

In questa dispensa potresti trovare diversi tipi di contenuti:

SIMBOLO	COLORE CORNICE	DESCRIZIONE
		Pagine di sezione – Non si studiano, servono a introdurre o chiudere una parte della dispensa.
		Studiare bene – Contenuti fondamentali da memorizzare.
		Leggere – Contenuti utili, non obbligatori (ma possono essere utili per capire meglio).
		Approfondimenti – Contenuti extra per i più curiosi e “coraggiosi” (non da studiare).
		Esercizi – Attività da svolgere (molto utili per le interrogazioni).



LAVORO

Definizione e formula:

Il **lavoro** è una forma di energia, pari al prodotto scalare della forza applicata ad un corpo per lo spostamento che lo stesso subisce (a seguito dell'applicazione della forza):

The diagram shows the formula $L = \vec{F} \cdot \vec{S}$. The letter L is enclosed in a green box, with a green arrow pointing to a green oval labeled "Lavoro". The vector $\vec{F}$ is enclosed in a red box, with a red arrow pointing to a red oval labeled "Forza". The vector $\vec{S}$ is enclosed in a blue box, with a blue arrow pointing to a blue oval labeled "Spostamento".

ATTENZIONE:

Il prodotto scalare si indica sempre con il simbolo “ $\cdot$ ”, per distinguerlo dal prodotto vettoriale (per il quale si usa il simbolo “ $\times$ ”)

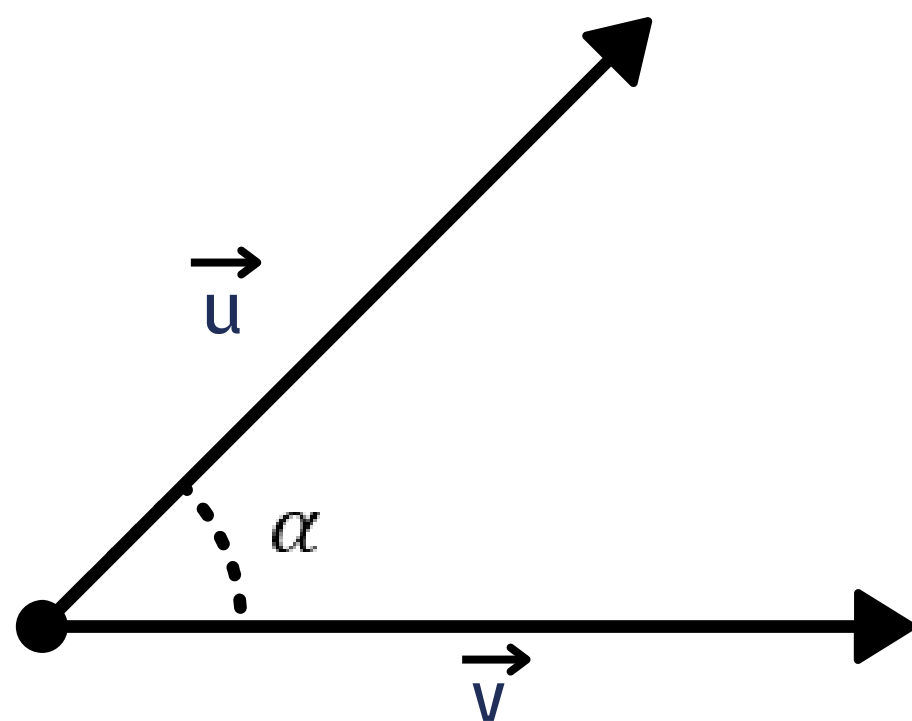
Quindi per avere un lavoro, abbiamo bisogno di una forza e di uno spostamento!



LAVORO

Definizione e formula:

Consideriamo due vettori ed indichiamo con α l'angolo compreso tra di essi.



Il prodotto scalare tra i due vettori è pari al prodotto dei loro moduli, moltiplicato per il coseno dell'angolo compreso tra di essi:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = u v \cos \alpha$$

modulo del
primo vettore

modulo del
secondo vettore

Non entreremo nel merito di cosa sia esattamente, ma per ora accontentiamoci di sapere che è un numero!





LAVORO

Osservazione 1:

La domanda nasce spontanea: essendo il prodotto di due vettori, il lavoro è una grandezza vettoriale?

Assolutamente NO!!!

Il prodotto scalare, infatti, ci fornisce uno scalare (lo dice anche il nome)!

E non potrebbe essere altrimenti: **il lavoro** è una forma di energia... e l'energia è una **grandezza scalare**!





LAVORO

Unità di misura:

Essendo una forma di energia, conosciamo anche l'unità di misura:

$$N \cdot m = J \quad (\text{joule})$$

Verifichiamolo, come al solito, attraverso l'analisi dimensionale!

Per farlo, dobbiamo sapere come calcolare il prodotto scalare!!!

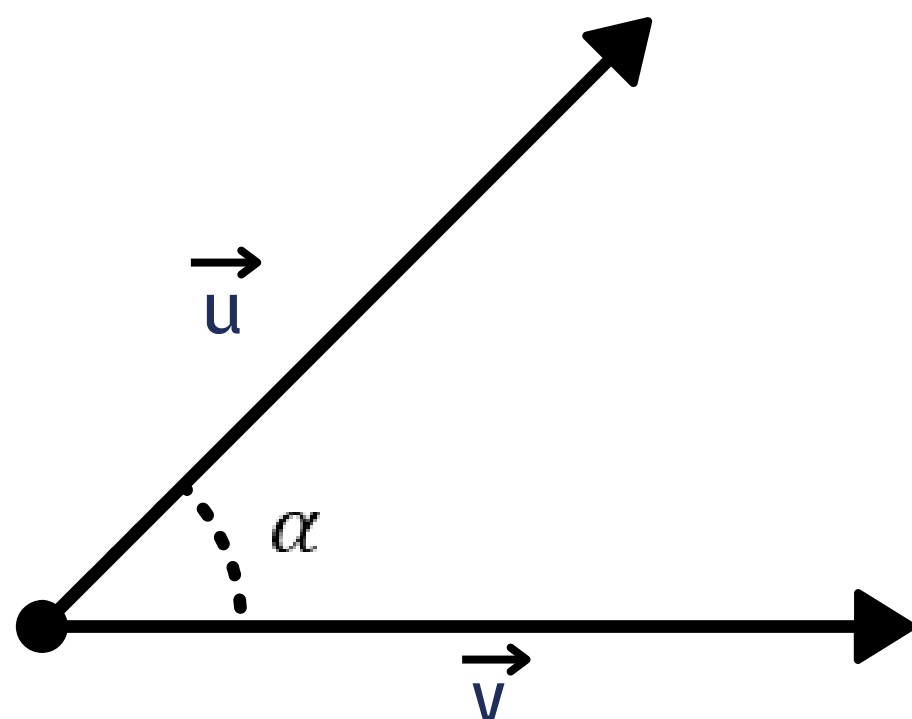




LAVORO

Unità di misura:

Consideriamo due vettori ed indichiamo con α l'angolo compreso tra di essi.



Il prodotto scalare tra i due vettori è pari al prodotto dei loro moduli, moltiplicato per il coseno dell'angolo compreso tra di essi:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = u v \cos \alpha$$

modulo del
primo vettore

modulo del
secondo vettore

Non entreremo nel merito di cosa sia esattamente, ma per ora accontentiamoci di sapere che è un numero!

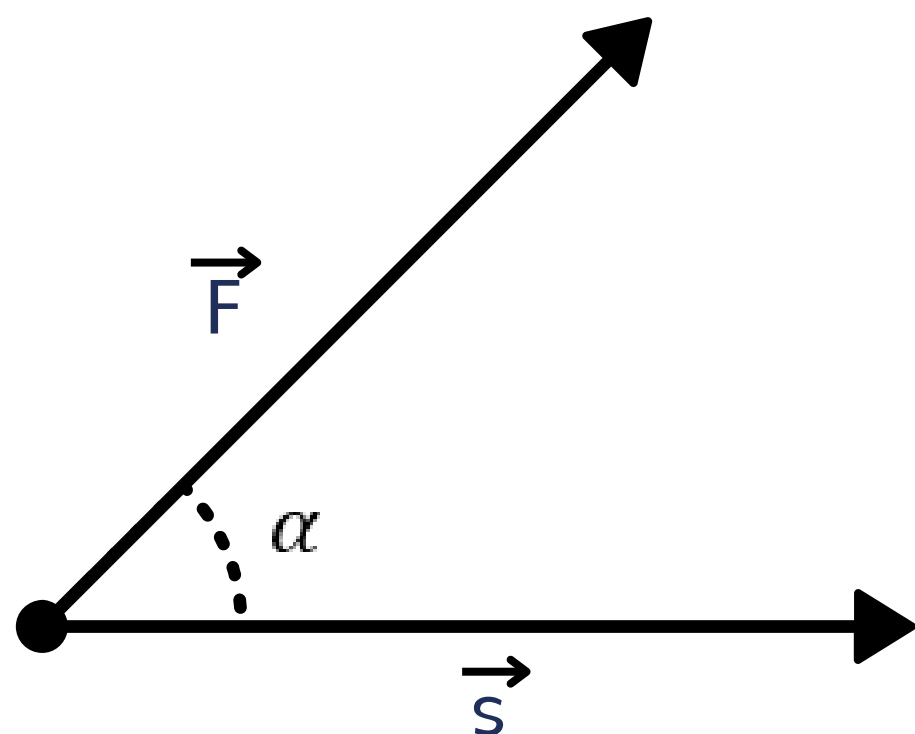




LAVORO

Unità di misura:

Torniamo alla formula del lavoro ed applichiamo la definizione di prodotto scalare.



$$L = \vec{F} \cdot \vec{s} = F s \cos \alpha$$

modulo della
forza

modulo dello
spostamento

coseno dell'angolo che la
forza forma con lo
spostamento
(è un numero)

Te lo dico io... fidati! 😊

Ma se il coseno è un numero puro (adimensionale), l'unità di misura del lavoro sarà data solo dalla forza e dallo spostamento!!!





LAVORO

Unità di misura:

Quindi:

$$L = \underbrace{F}_{\text{green}} \underbrace{s}_{\text{red}} \cos \alpha \rightarrow \underbrace{[N]}_{\text{green}} \cdot \underbrace{[m]}_{\text{red}} \rightarrow [J]$$

Tutto torna: il lavoro è una forma di energia... e l'energia si misura in joule!

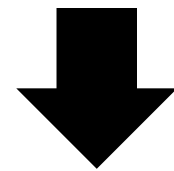
Quindi non avremmo potuto ottenere un risultato diverso!!!



LAVORO

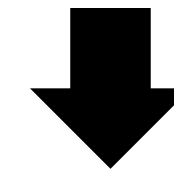
Osservazione 2:

Se il lavoro è positivo, vuol dire che la forza favorisce lo spostamento.



In questo caso si parla di:
lavoro motore

Se il lavoro è negativo, vuol dire che la forza si oppone allo spostamento.



In questo caso si parla di:
lavoro resistente

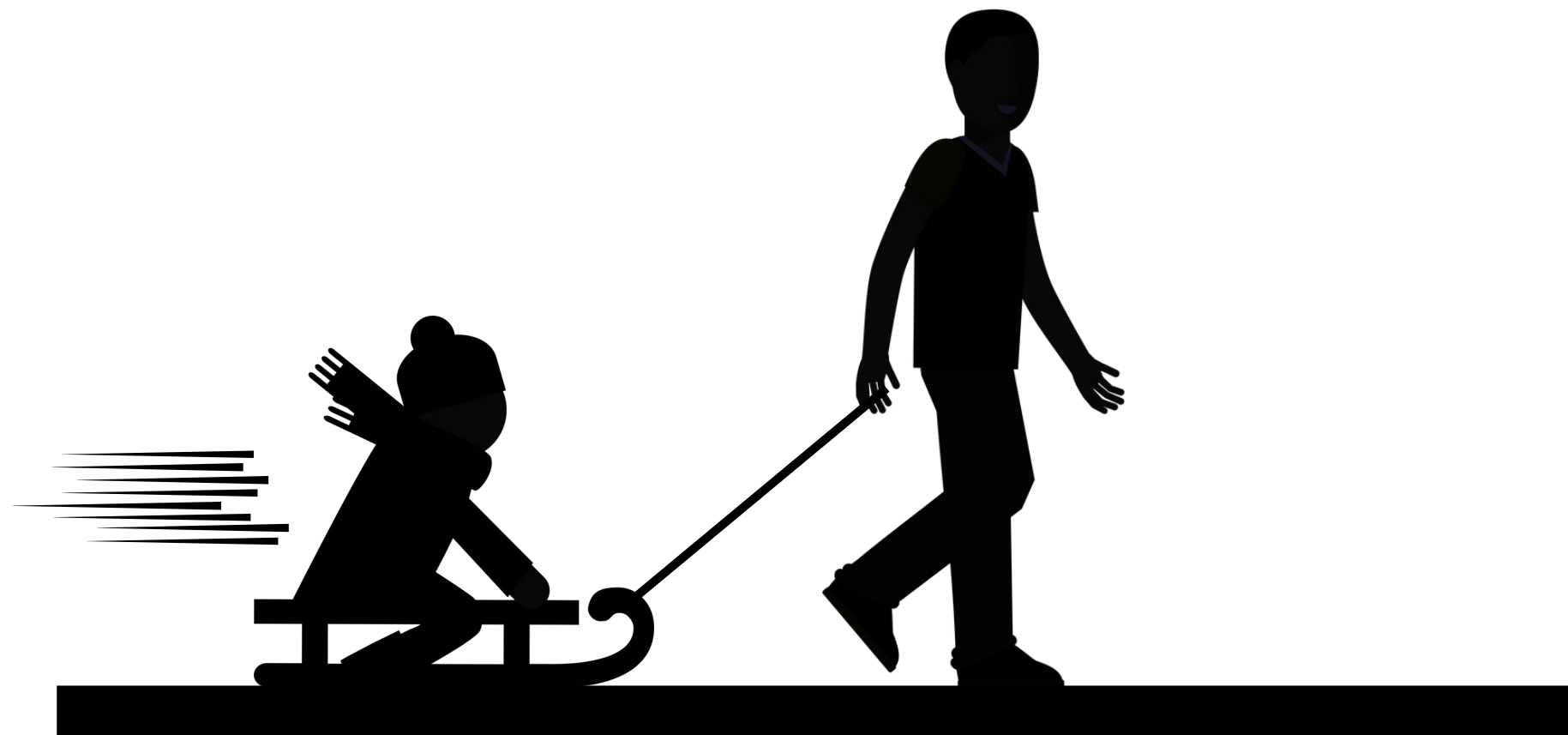




LAVORO

Esempio pratico:

Consideriamo il caso rappresentato in figura: un bambino, posto su uno slittino, viene trainato dal padre.

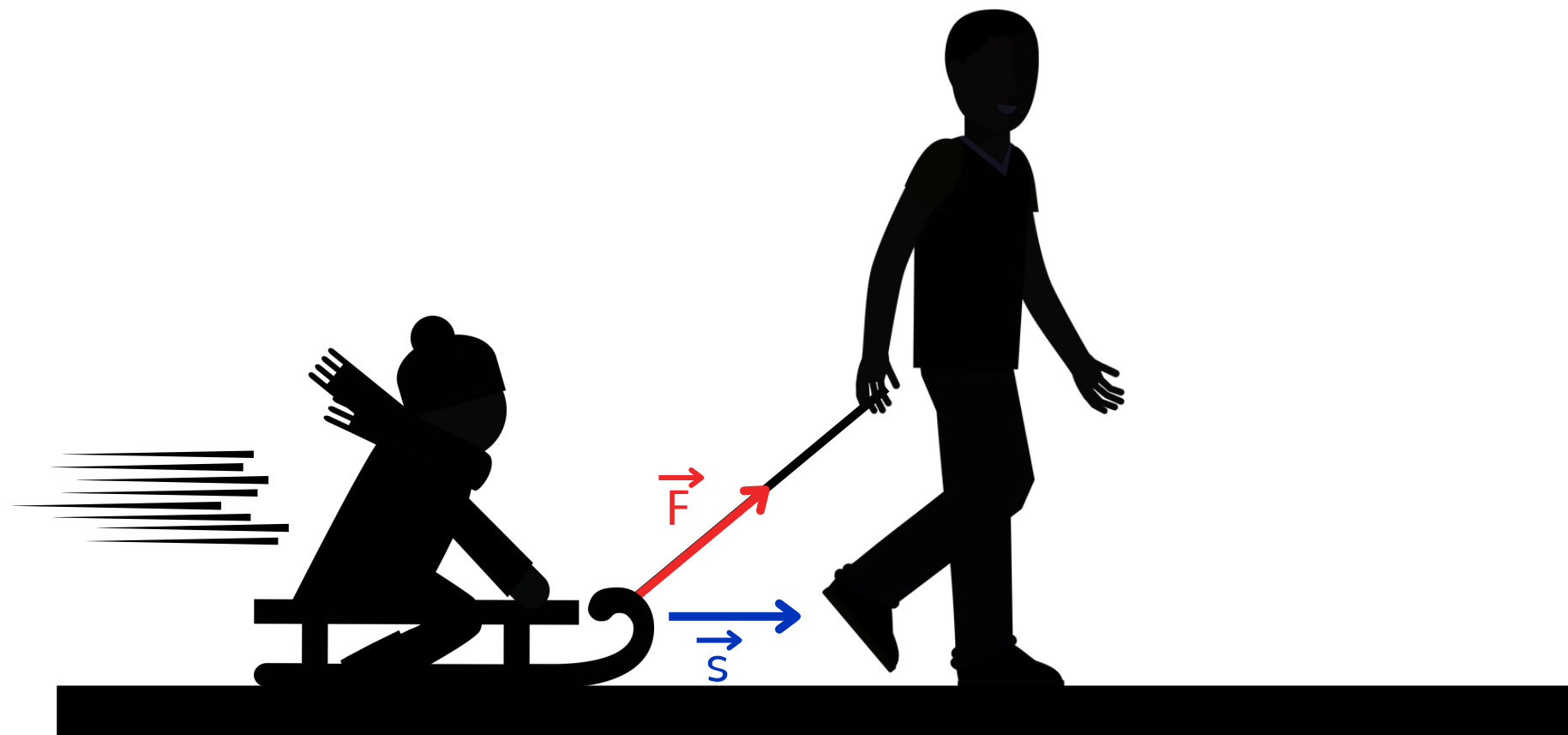




LAVORO

Esempio pratico:

Il padre, tirando la corda, applica una forza $\vec{F}$ per effetto della quale lo slittino subisce uno spostamento $\vec{s}$ verso destra.

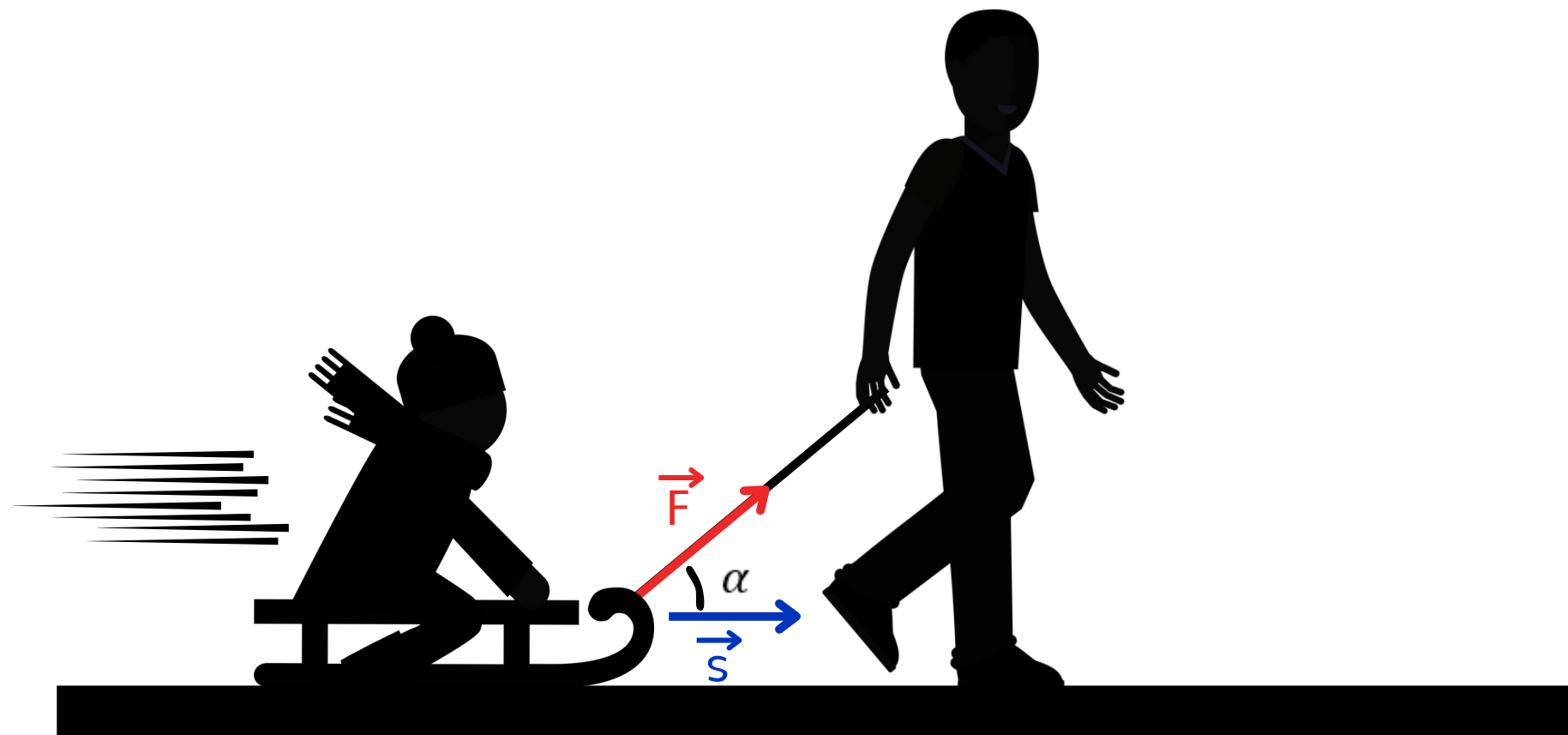




LAVORO

Esempio pratico:

La forza $\vec{F}$ forma con lo spostamento $\vec{s}$ un angolo α .

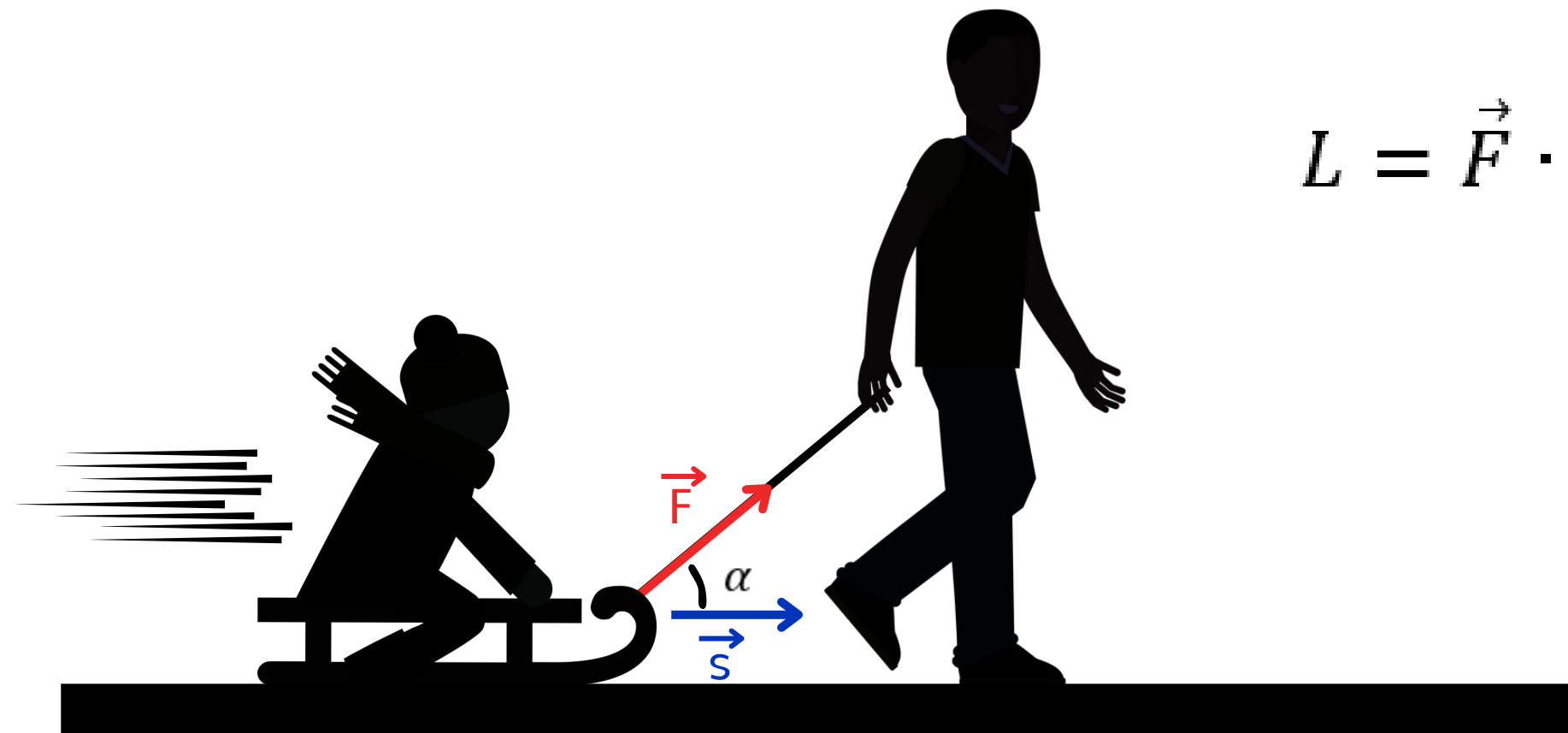




LAVORO

Esempio pratico:

Il lavoro compiuto dal padre sarà dato dal prodotto scalare della forza per lo spostamento.



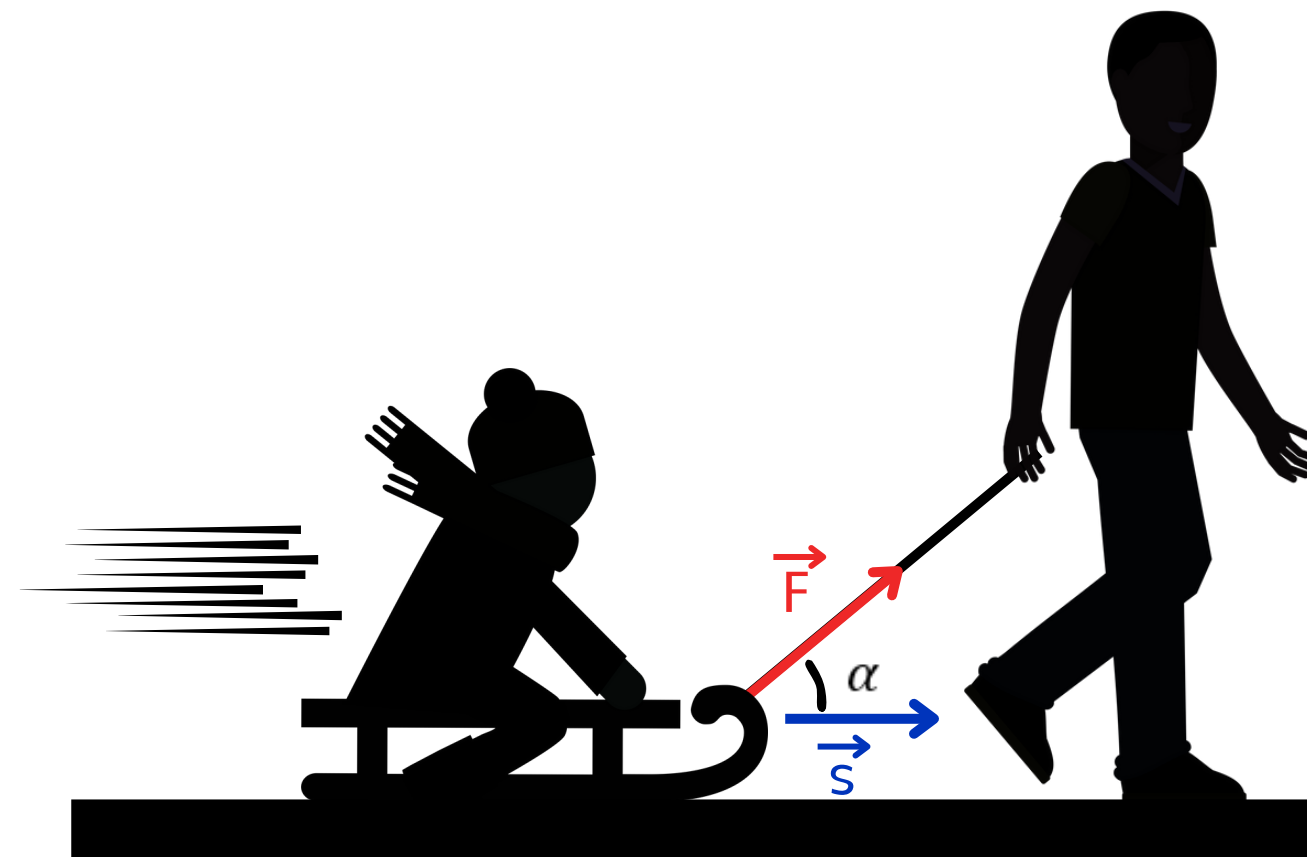
$$L = \vec{F} \cdot \vec{s} = F s \cos \alpha$$



LAVORO

Esempio pratico:

Il lavoro compiuto dal padre sarà dato dal prodotto scalare della forza per lo spostamento.



$$L = \vec{F} \cdot \vec{s} = F s \cos \alpha$$

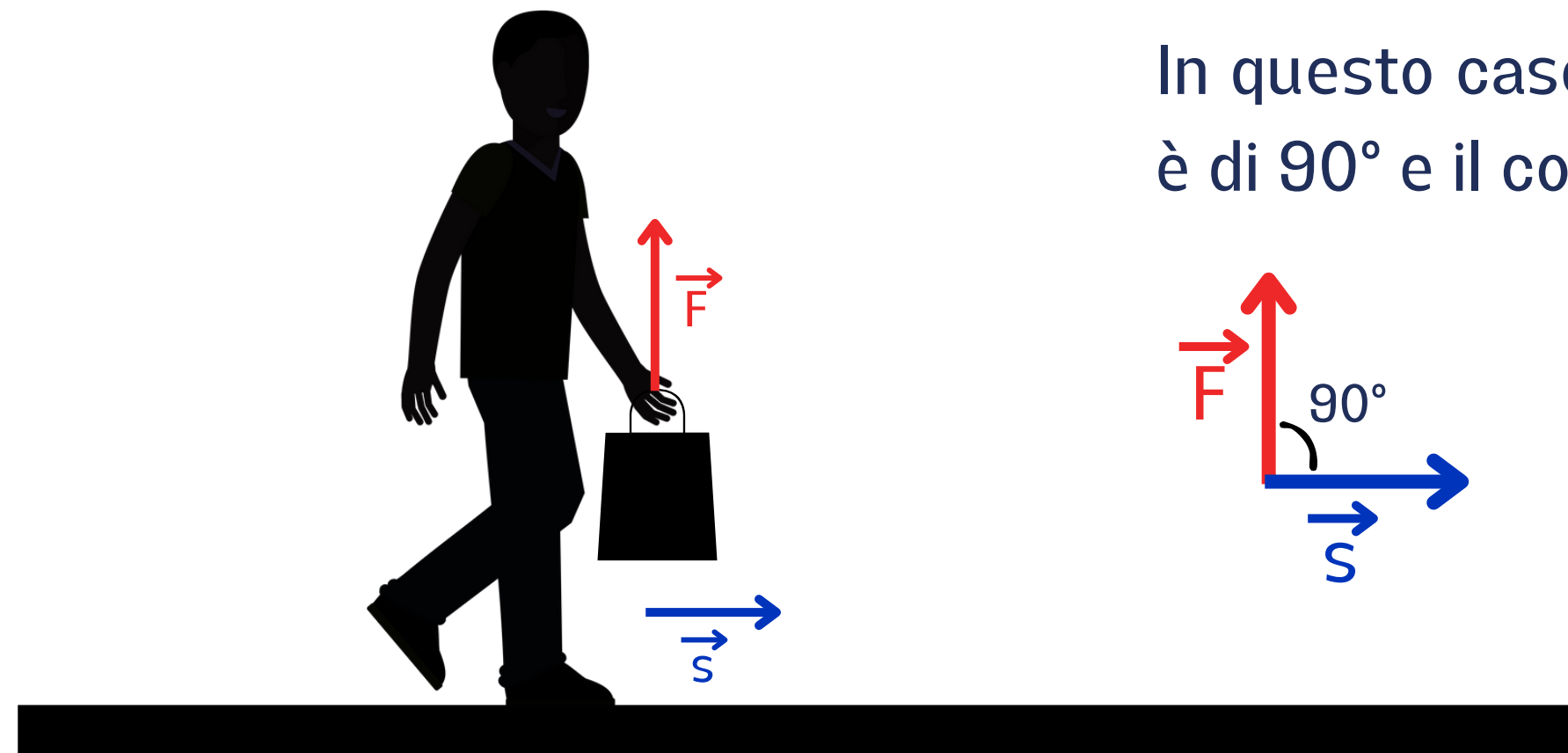
Il nostro “problema”, come detto, è il calcolo del coseno. Non lo faremo, per cui vedremo 3 casi notevoli molto semplici!



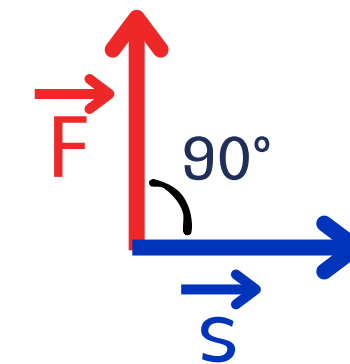
LAVORO

Caso notevole 1:

Francesco ha appena fatto la spesa e sta tornando a casa (si sta spostando verso destra). Tenendo in mano la busta, sta esercitando sulla stessa una forza diretta verso l'alto.



In questo caso l'angolo tra i vettori è di 90° e il coseno vale zero!!!



$$\Rightarrow \cos \alpha = 0$$

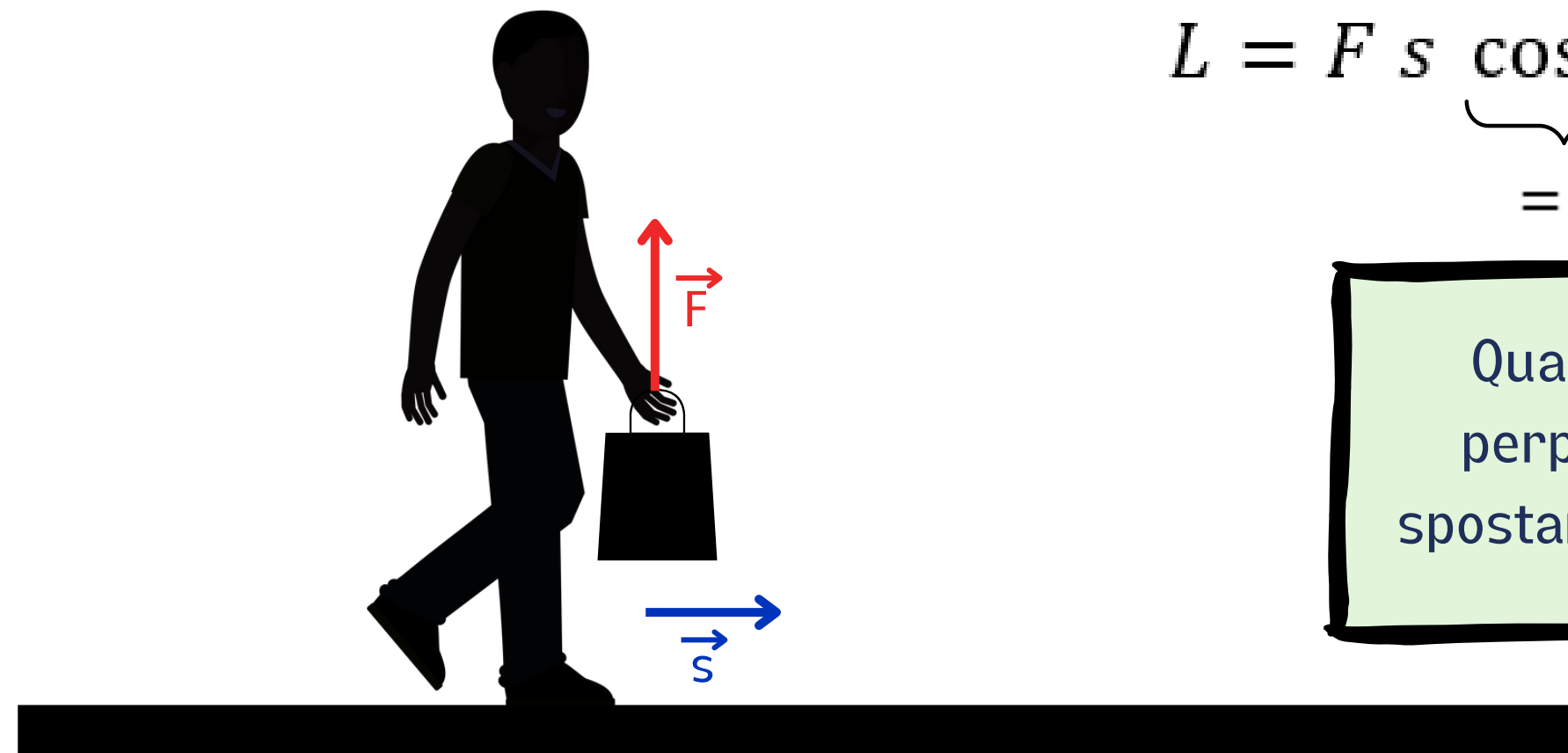




LAVORO

Caso notevole 1:

Applicando la formula, notiamo subito che il lavoro è nullo!



$$L = F s \underbrace{\cos \alpha}_{= 0} = 0$$

Quando il vettore forza è perpendicolare al vettore spostamento, il lavoro è nullo!!!

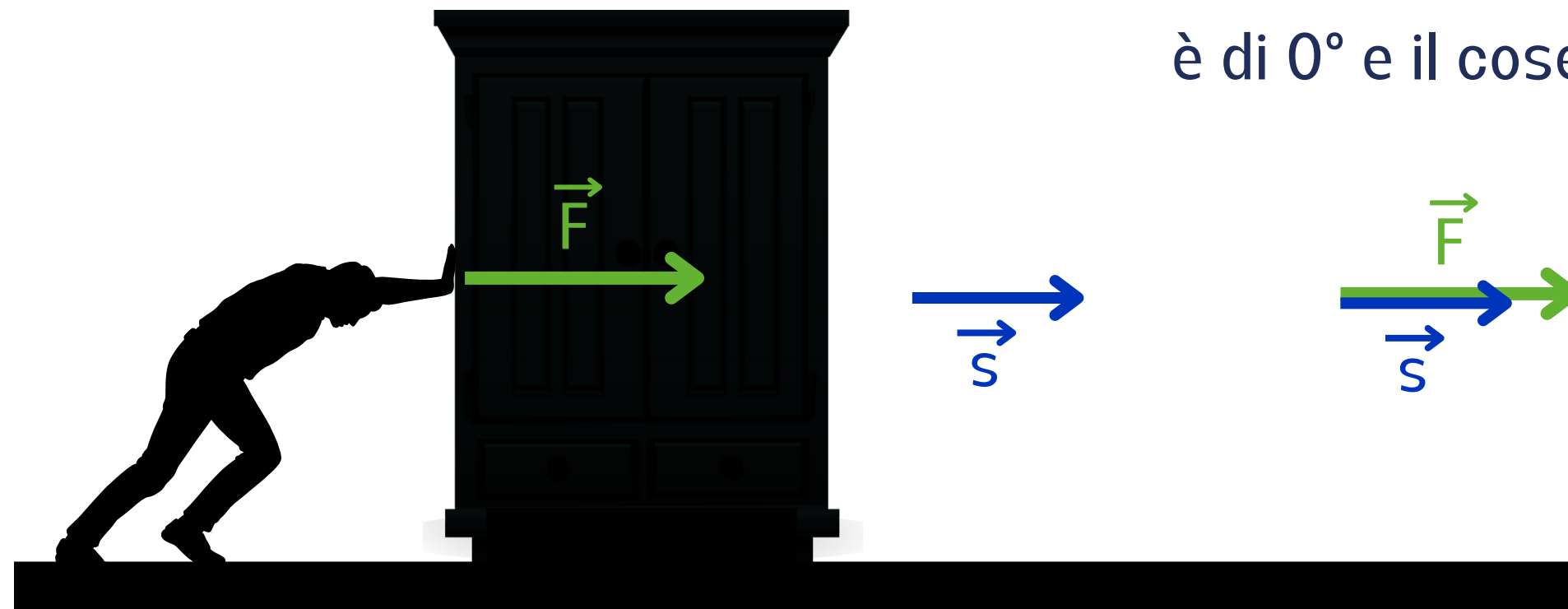




LAVORO

Caso notevole 2:

Federico sta spostando (verso destra) un armadio e per farlo applica una forza $\vec{F}$.
E' facile notare che i vettori forza e spostamento sono paralleli (stessa direzione) e concordi (stesso verso)!



In questo caso l'angolo tra i vettori è di 0° e il coseno vale 1 !!!

$$\Rightarrow \cos \alpha = 1$$



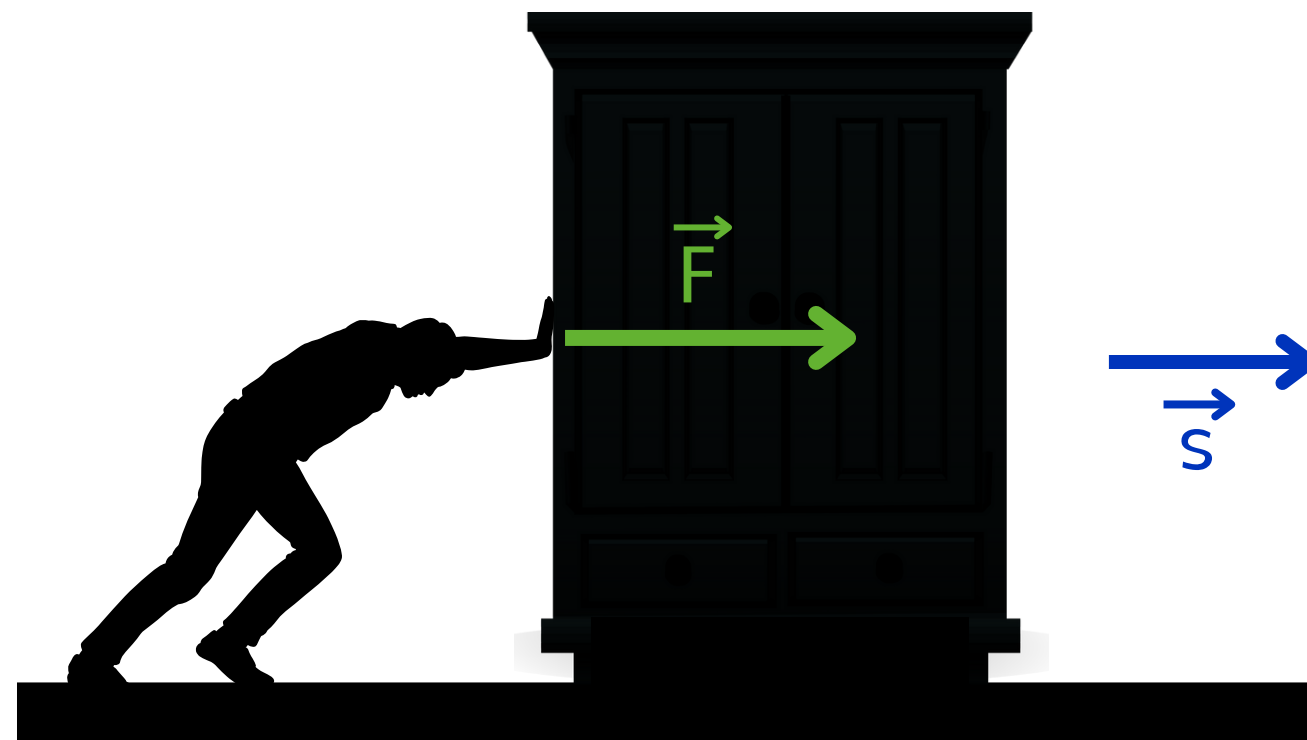


LAVORO

Caso notevole 2:

Applicando la formula, notiamo subito che:

$$L = F s \underbrace{\cos \alpha}_{= 1} = F s$$



Quando il vettore forza è parallelo e concorde al vettore spostamento, il lavoro è pari al prodotto dei moduli di F ed s!!!

LAVORO MOTORE





LAVORO

Caso notevole 3:

Quando Federico sposta l'armadio, tuttavia, in corrispondenza della superficie di contatto con il pavimento agisce una **forza di attrito radente** (ormai lo sappiamo)!

Questa volta il vettore forza è antiparallelo al vettore spostamento (stessa direzione ma verso opposto).



In questo caso l'angolo tra i vettori è di 180° e il coseno vale -1 !!!

$$\Rightarrow \cos \alpha = -1$$



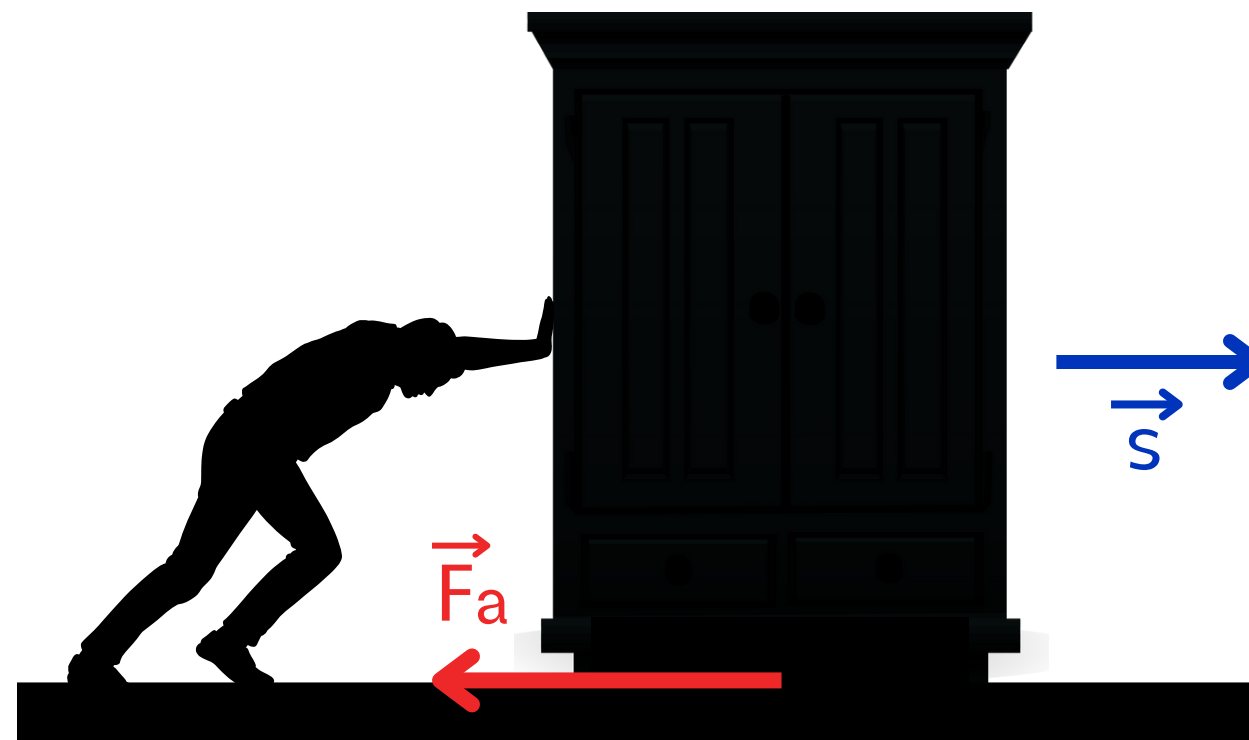


LAVORO

Caso notevole 3:

Applicando la formula, notiamo subito che:

$$L = F_a s \underbrace{\cos \alpha}_{= -1} = -(F_a s)$$



Quando il vettore forza è antiparallelo al vettore spostamento, il lavoro è pari al prodotto dei moduli di F ed s cambiato di segno!!!

LAVORO RESISTENTE

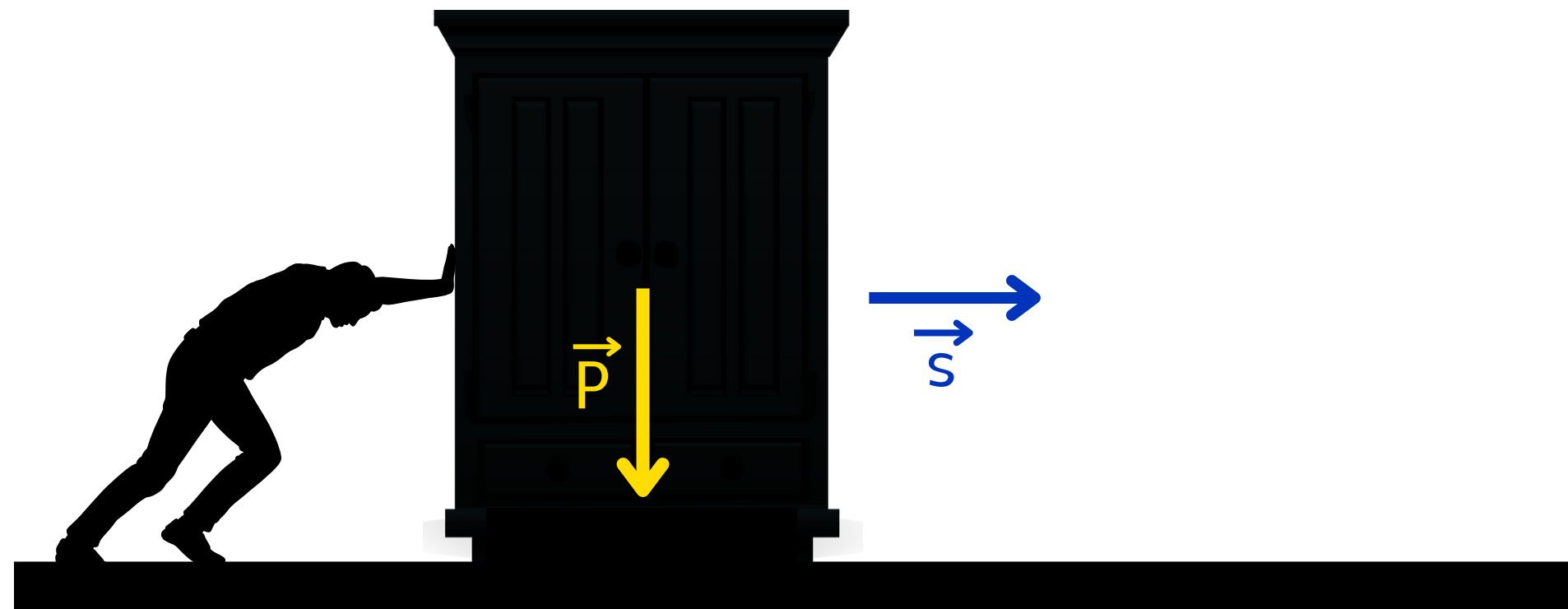




LAVORO

Domanda:

La forza peso $\vec{P}$ dell'armadio compie lavoro per lo spostamento $\vec{s}$?

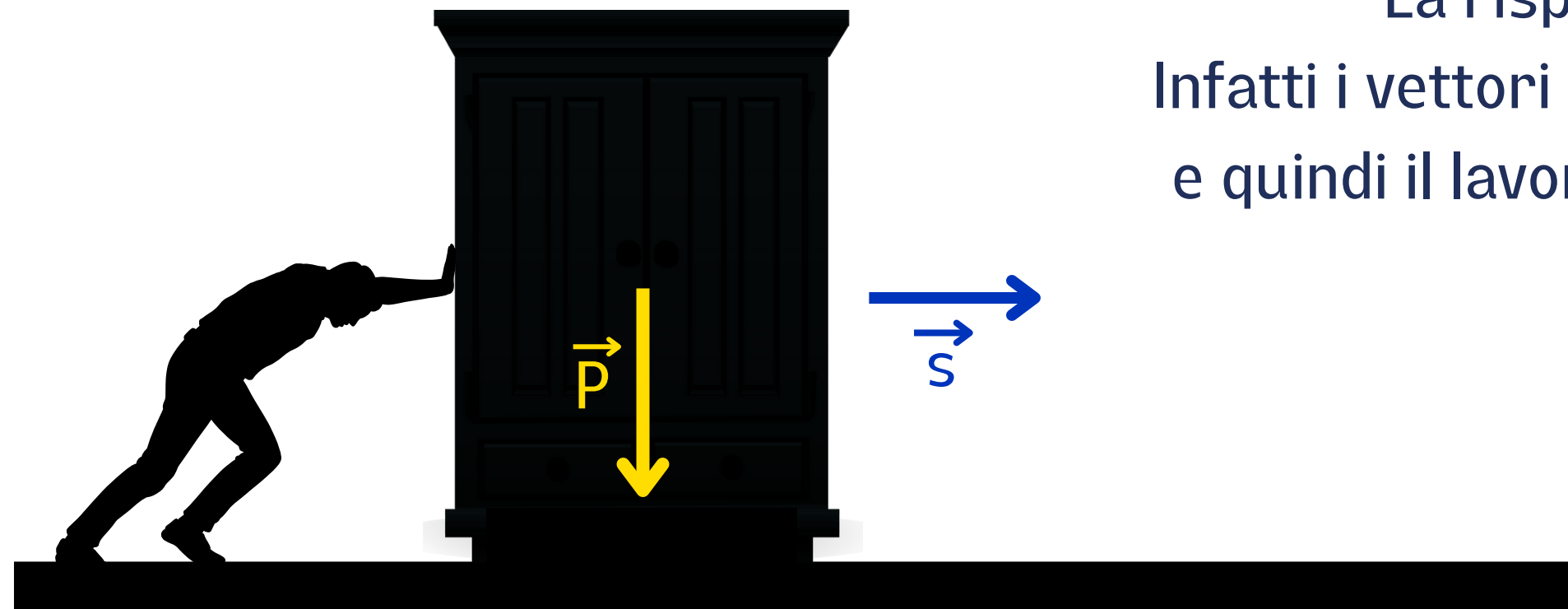




LAVORO

Domanda:

La forza peso $\vec{P}$ dell'armadio compie lavoro per lo spostamento $\vec{s}$?



La risposta è **NO!!!**

Infatti i vettori sono perpendicolari
e quindi il lavoro è nullo (CASO 1)!!!





LAVORO

Sintesi:

CASO GENERALE

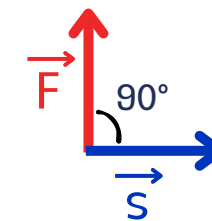
$$L = \vec{F} \cdot \vec{s} = F s \cos \alpha$$

A seconda dei casi il lavoro può essere nullo, motore o resistente



CASI PARTICOLARI

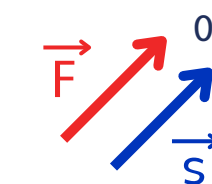
1)



$$L = 0$$

**LAVORO
NULO**

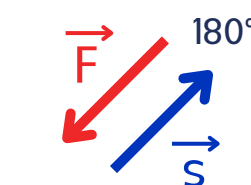
2)



$$L = F s$$

**LAVORO
MOTORE**

3)



$$L = -(F s)$$

**LAVORO
RESISTENTE**





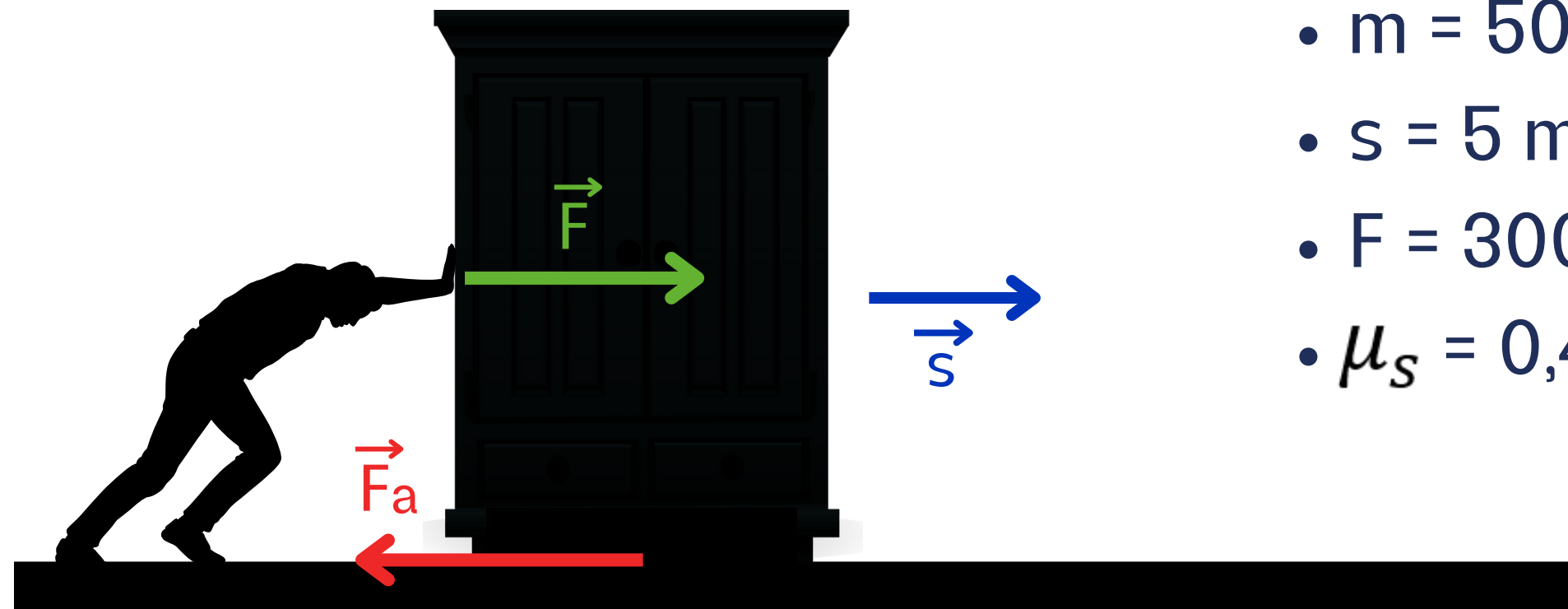
LAVORO

Esercizio:

Riprendiamo l'esempio dell'armadio e proponiamoci di valutare il lavoro compiuto dalle forze $\vec{F}$ e $\vec{F}_a$ rispetto allo spostamento $\vec{s}$.

DATI:

- $m = 50 \text{ kg}$ massa armadio
- $s = 5 \text{ m}$ spostamento
- $F = 300 \text{ N}$ forza applicata
- $\mu_s = 0,4$ coeff. attrito statico





LAVORO

Esercizio:

Per quanto riguarda la forza $\vec{F}$, è molto semplice calcolare il lavoro: basta applicare la formula.

$$L = F s \underbrace{\cos \alpha}_{= 1} = F s = 300 \text{ N} \cdot 5 \text{ m} = 1500 \text{ J}$$

LAVORO MOTORE

Quesito risolto! 



LAVORO

Esercizio:

Per quanto riguarda la forza d'attrito $\vec{F}_a$, dobbiamo fare qualche passaggio in più!

L'unica forza che può generare attrito radente è il peso dell'armadio:

$$P = m g = 50 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 490,5 \text{ N}$$

La forza d'attrito, quindi, risulta:

$$F_a = \mu_s P = 0,4 \cdot 490,5 \text{ N} = 196,2 \text{ N}$$





LAVORO

Esercizio:

Adesso possiamo applicare la formula del lavoro:

$$L = F_a s \underbrace{\cos \alpha}_{= -1} = -(F_a s) = -(196,2 \text{ N} \cdot 5 \text{ m}) = -981 \text{ J}$$

LAVORO RESISTENTE

Quesito risolto! 



LAVORO

Osservazione 3:

Abbiamo detto più volte che i concetti di “lavoro” ed “energia” sono strettamente collegati tra loro.

Ed in effetti, abbiamo anche detto che il lavoro è “una forma di energia”.

Vediamo di capirlo una volta per tutte con riferimento all'energia potenziale gravitazionale!

Ma visto che sarete stanchi, lascio la lettura ai più coraggiosi! 😊

Gli altri possono andare direttamente all'osservazione n. 4!

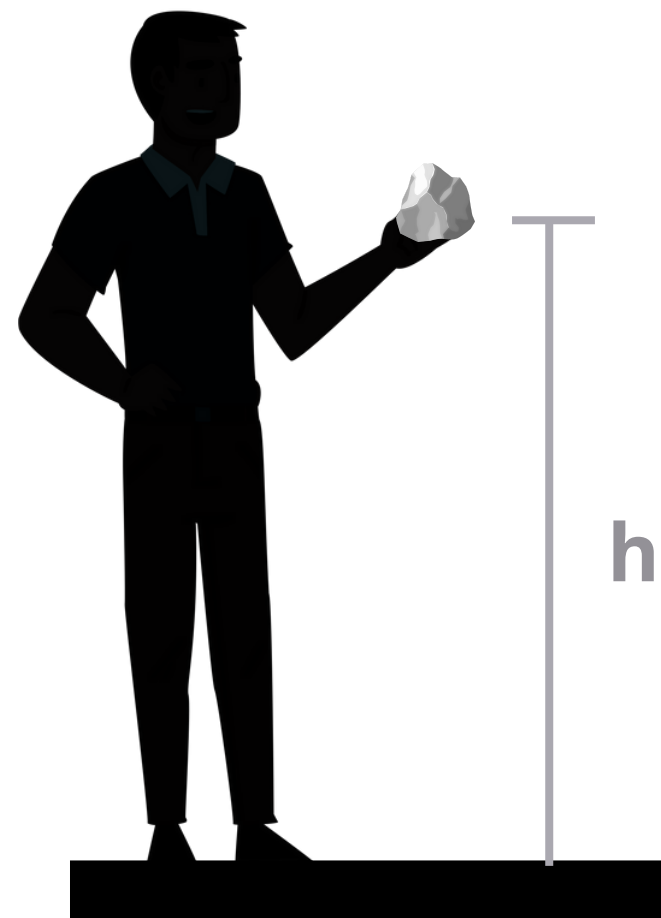




LAVORO

Osservazione 3:

Supponiamo di raccogliere un sasso (di massa m) dal pavimento e di sollevarlo fino ad una certa altezza (h).



In virtù della sua altezza rispetto al pavimento, il sasso avrà un'energia potenziale gravitazionale pari a:

$$U_g = m g h$$



LAVORO

Osservazione 3:

L'energia potenziale gravitazionale, tuttavia, non si manifesta immediatamente (l'abbiamo detto): essa ha il potere (la potenzialità) di compiere lavoro e di trasformarsi in un'altra forma di energia!



Se, infatti, lasciamo cadere il sasso, l'energia potenziale gravitazionale si trasforma in energia cinetica (lo vedremo meglio nella prossima lezione)!

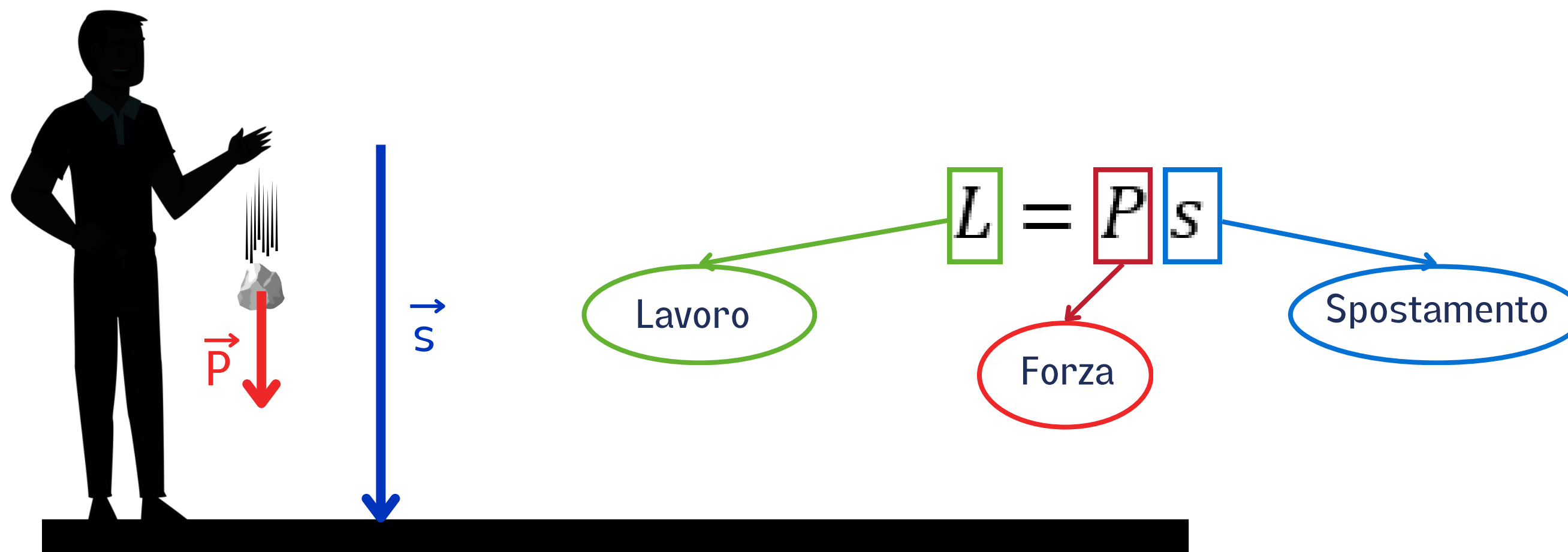




LAVORO

Osservazione 3:

Ma sull'oggetto agisce costantemente la forza peso ($P = m g$). Se il sasso cade sul pavimento, tale forza compie un lavoro pari a:

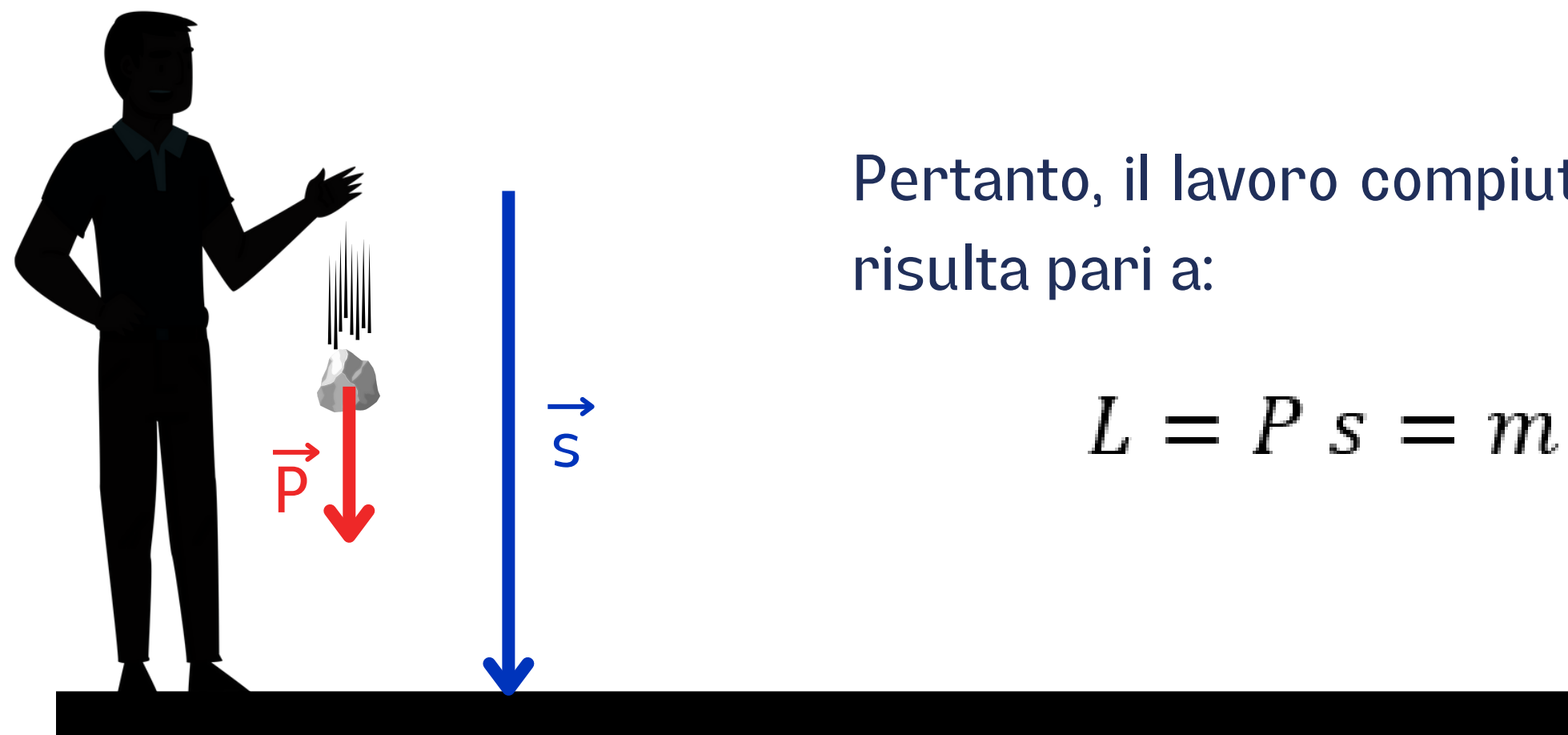




LAVORO

Osservazione 3:

Ma la forza peso risulta pari a: $P = m g$ (massa per accelerazione di gravità);
e lo spostamento risulta pari a: $s = h$ (altezza di caduta).



Pertanto, il lavoro compiuto dalla forza peso risulta pari a:

$$L = P s = m g h$$

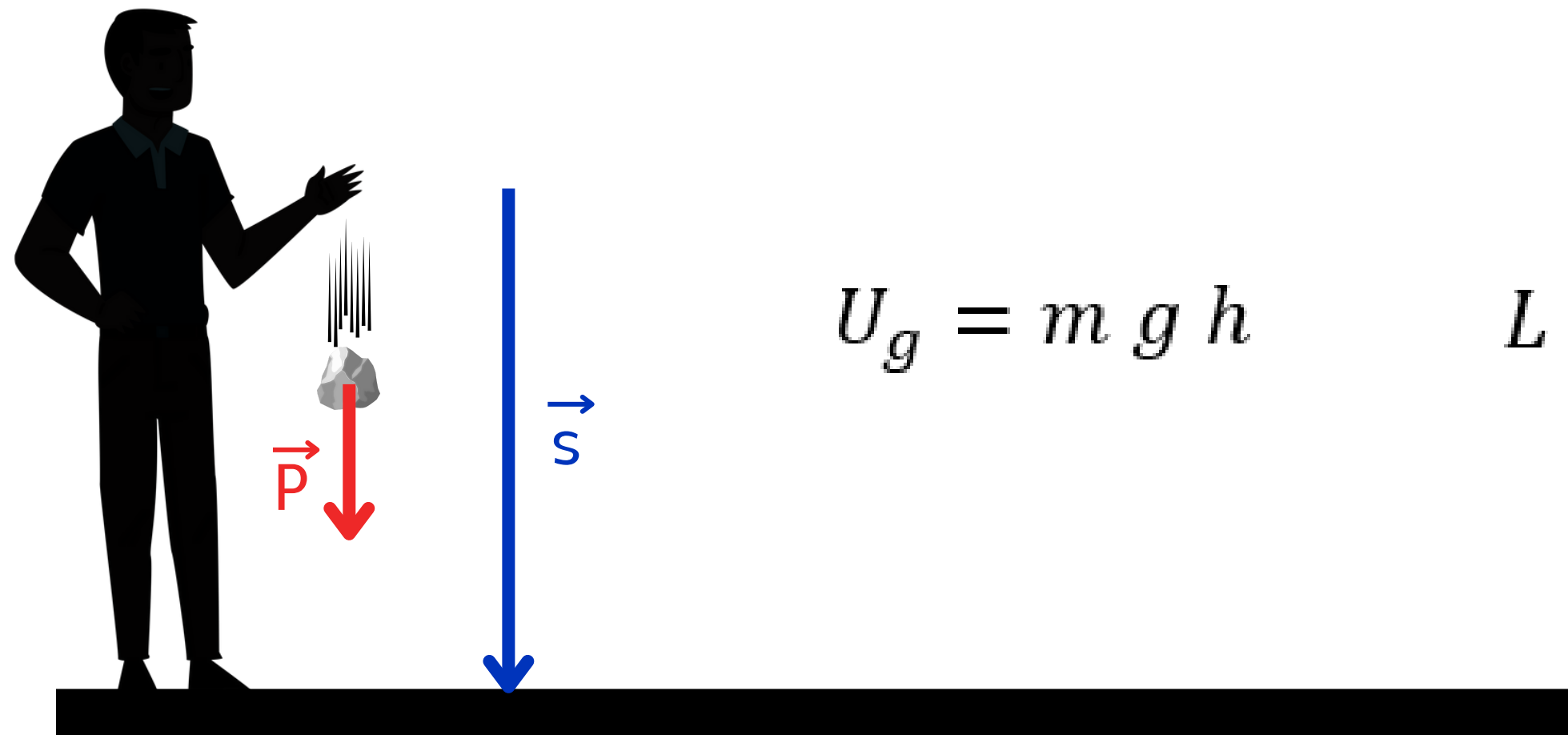




LAVORO

Osservazione 3:

Confrontiamo l'espressione dell'energia potenziale con quella del lavoro. Cosa notate?



$$U_g = m g h$$

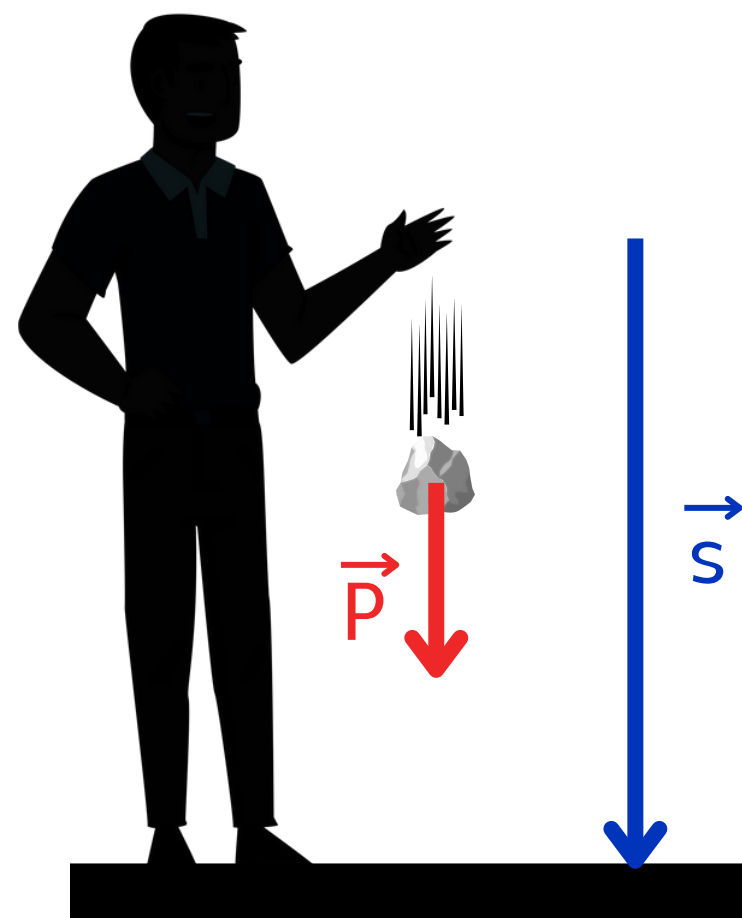
$$L = P s = m g h$$



LAVORO

Osservazione 3:

Esatto... sono uguali!!!



$$U_g = m g h \qquad L = P s = m g h$$

A green curved arrow points from the $m g h$ term in the first equation to the $m g h$ term in the second equation, highlighting their equality.

Il sasso, trovandosi a una certa altezza, ha la potenzialità di compiere lavoro grazie alla forza di gravità.

Portando il sasso ad una certa altezza, è come se lo avessimo caricato di quell'energia necessaria al campo gravitazionale per riportarlo giù (sul pavimento)!





LAVORO

Osservazione 4:

Nella scorsa lezione abbiamo accennato al concetto di “forza conservativa”...

Cerchiamo di capire di cosa si tratta!

Ma come... siete davvero così stanchi?!? E va bene... leggete e basta... ma fatelo almeno con attenzione! 😊





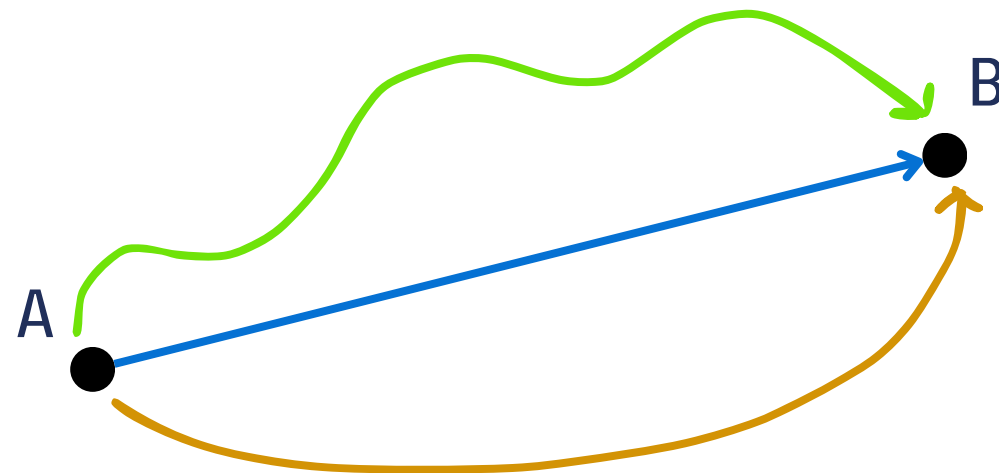
LAVORO

Osservazione 4:

Le forze si dividono in due categorie:

- FORZE CONSERVATIVE;
- FORZE NON CONSERVATIVE.

Per comprenderne la differenza, consideriamo un corpo che, per effetto di una forza, si sposta dal punto A al punto B. Questo spostamento può avvenire secondo percorsi diversi:



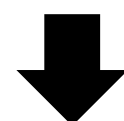


LAVORO

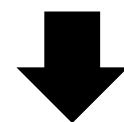
Osservazione 4:

Le forze si dividono in due categorie:

FORZE CONSERVATIVE



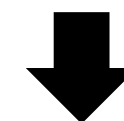
Il lavoro compiuto da A a B
non dipende dal cammino percorso,
ma solo dalla posizione iniziale (A) e da quella finale (B)



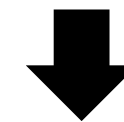
Esempi tipici:

forza peso
forza elastica

FORZE NON CONSERVATIVE



Il lavoro compiuto da A a B
dipende dalla lunghezza del cammino percorso.



Esempi tipici:

forza d'attrito





Fine lezione